

**Всероссийская студенческая олимпиада  
по теоретической механике, КГЭУ, 25-29 ноября 2019 г.**

**Задачи компьютерного конкурса**

**Задача 1 (30 баллов).**

*Примечание.* Если при заданном значении входного параметра ответа на задание не существует, то в бланке ответов в поле для ответа следует вписать **СИМВОЛ** « $\emptyset$ ».

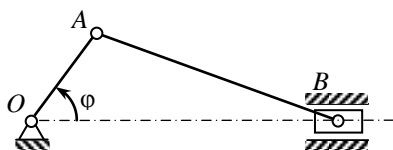


Рис. 1

**Задание 1.1 (6 баллов).** В кривошипно-шатунном механизме  $OA = l$ ,  $AB = 2l$ , ползун  $B$  находится правее точки  $O$  (рис. 1). При каком наибольшем значении угла  $\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ , отношение скоростей  $v_B / v_A = k_1$  ( $k_1 > 0$ ) ?

Входные данные:  $k_1$ .

Выходные данные:  $\varphi$ .

Пример для отладки. При  $k_1 = 0.6$  получим  $\varphi = 0.42164$  рад.

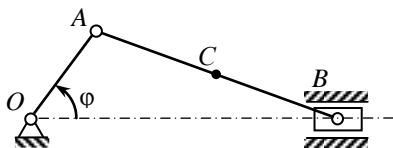


Рис. 2

**Задание 1.2 (7 баллов).**  $OA = l$ ,  $AB = 2l$  (рис. 2). Точка  $C$  – середина  $AB$ . При каком наибольшем значении угла  $\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ , отношение скоростей  $v_C / v_A = k_2$  ( $k_2 > 0$ ) ?

Входные данные:  $k_2$ .

Выходные данные:  $\varphi$ .

Пример для отладки. При  $k_2 = 0.6$  получим  $\varphi = 0.29611$  рад.

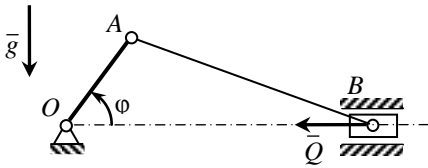


Рис. 3

**Задание 1.3** (5 баллов).  $OA = l$ ,  $AB = 2l$  (рис. 3). Массой  $OA$  равна  $m$ . Массой  $AB$  и трением пренебрегаем. Величина силы  $Q = k_3 mg$ ,  $k_3 > 0$ . При каком значении угла  $\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ , система будет в равновесии?

Входные данные:  $k_3$ .

Выходные данные:  $\varphi$ .

Пример для отладки. При  $k_3 = 0.6$  получим  $\varphi = 0.52237$  рад.

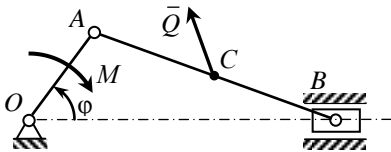


Рис. 4

**Задание 1.4** (12 баллов).  $OA = l$ ,  $AB = 2l$  (рис. 4). Массой механизма и трением пренебрегаем. Величина момента, приложенного к  $OA$ , равна  $M$ . Точка  $C$  – середина  $AB$ . Величина силы  $\bar{Q}$ , приложенной к точке  $C$ , равна  $Q = k_4 M / l$ ,  $k_4 > 0$ . При этом

направление силы  $\bar{Q}$  произвольно. При каком наименьшем значении угла  $\varphi$ ,  $0 \leq \varphi \leq \pi/2$ , возможно равновесие системы?

Входные данные:  $k_4$ .

Выходные данные:  $\varphi$ .

Пример для отладки для данного задания не приводится.

**Задача 2** (30 баллов). Стержень  $AB$  закреплен с помощью сферического шарнира  $A$  и подшипника  $D$  (рис. 5, 6). К  $AB$  жестко прикреплен под прямым углом стержень  $BC$ . Способ крепления стержня  $CM$  к стержню  $BC$  указан в каждом из заданий 2.1 и 2.2.  $AB = BC = CM = 0.5$  м,  $AD = 0.3$  м. К концу стержня  $CM$  прикреплена материальная точка  $M$  массы  $m = 2$  кг. В момент  $t = 0$  с стержень  $BC$  параллелен оси  $x$ . При этом точка  $M$  получает заданную начальную скорость  $\bar{v}_0$  сонаправленно оси  $y$ .

Весами стержней и трением пренебречь. Принять ускорение свободного падения  $g = 9.8$  м/с<sup>2</sup>.

В текстах заданий 2.1 и 2.2 указаны дополняющие условия и вопросы. (Они относятся только к данному конкретному заданию.)

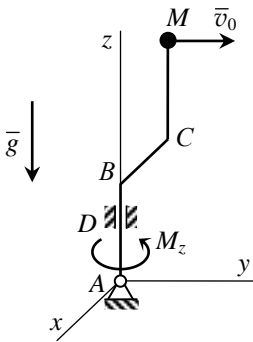


Рис. 5

**Задание 2.1** (10 баллов). Стержень  $CM$  жестко прикреплен к стержню  $BC$  параллельно оси  $z$  (рис. 5). К  $AB$  приложен момент

$$M_z = M_z(t) = \frac{10}{2 + \sin t} \quad (\text{Н} \cdot \text{м}). \quad v_0 = 1 \quad \text{м/с}.$$

Определите величину скорости  $v$  точки  $M$  и полную реакцию  $R_D$  подшипника  $D$  в заданный момент времени  $t$ .

Входные данные:  $t$ .

Выходные данные:  $v$ ,  $R_D$ . (5 баллов, 5 баллов)

Пример для отладки приводится только для первого вопроса. При  $t = 1$  с получим  $v = 3.1083$  м/с.

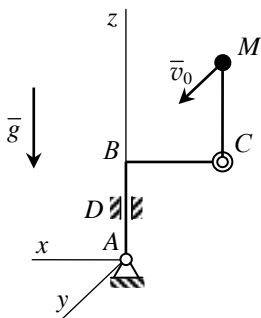


Рис. 6

**Задание 2.2** (20 баллов). Стержень  $CM$  прикреплен к стержню  $BC$  с помощью цилиндрического шарнира  $C$ , который допускает вращение  $CM$  относительно  $ABC$  в самой плоскости  $ABC$  (рис. 6). (То есть ось этого относительного вращения перпендикулярна плоскости  $ABC$  в любой момент времени.)

Определите момент времени  $t = t_1$ , когда стержень  $CM$  в первый раз окажется в горизонтальном положении.

Обозначим через  $\tau(z)$  максимально возможный промежуток времени (при  $t \geq 0$ ) между следующими друг за другом моментами прохождения точкой  $M$  положений с координатой  $z$ . Определите  $\tau = \max \tau(z)$  – наибольшее значение функции  $\tau(z)$ .

Входные данные:  $v_0$ .

Выходные данные:  $t_1, \tau$ . (10 баллов, 10 баллов)

Пример для отладки приводится только для первого вопроса. При  $v_0 = 1$  м/с получим  $t_1 = 0.7029$  с.